

2023 年度公开招聘工作人员

面试题（数学教师岗）

说课内容

【说课要求】

1. 说教材。
2. 说教法、说学法。
3. 说教学过程。
4. 说板书设计。
5. 说课时间 15 分钟。

【课文原文】

（见下页）



正切函数 $y = \tan x$ 的图像与性质

正切函数 $y = \tan x$ 的图像

用列表法画出正切函数 $y = \tan x$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 和 $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ 上的图像.

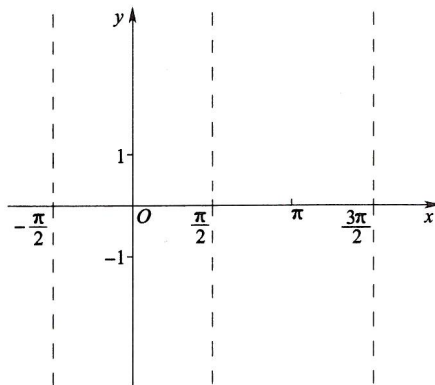
列表：用计算器计算表中的正切函数值（精确到 0.01），并填入表中.

x	...	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$...
$y = \tan x$
x	...	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$...
$y = \tan x$

描点：以表中对应 x, y 值为坐标，在坐标系（图 3-27a）中描点.

连线：将所描各点顺次用光滑曲线联结起来，即完成所画的图像.

如图 3-27b 所示为用计算机软件绘制的正切函数在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 和 $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ 上的图像. 请照此核对你画的图像.



a)

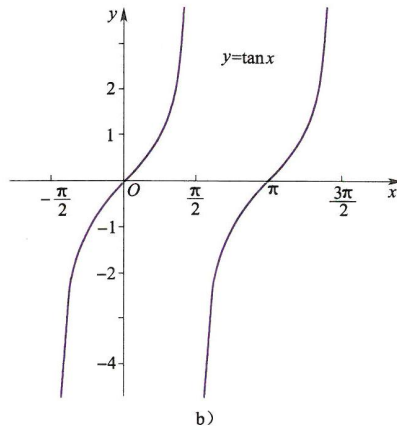


图 3-27



提示

根据诱导公式

$$\tan(2k\pi+x) = \tan x$$

$$\text{和 } \tan(\pi+x) = \tan x$$

就能得到

$$\tan(k\pi+x) = \tan x,$$

以上各式中 $k \in \mathbf{Z}$.

观察图 3-27, 我们发现正切函数 $y = \tan x$ 在区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上的图像和在区间 $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ 上的图像完全相同, 只是位置不同. 因此, $y = \tan x$ 在区间 $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ 上的图像, 可以看作是 $y = \tan x$ 在区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上的图像向右平移 π 个单位得到的.

事实上, 由于 $\tan(k\pi+x) = \tan x$ ($x \in \mathbf{Z}$), 因此, 我们只要把正切函数 $y = \tan x$ 在 $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上的图像向左或向右分别平移 $\pi, 2\pi, 3\pi, \dots$ 个单位, 就能得到正切函数的图像, 即正切曲线, 如图 3-28 所示.

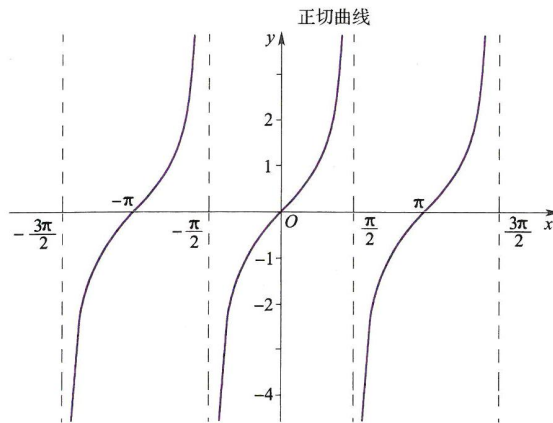


图 3-28

正切函数 $y = \tan x$ 的性质

(1) 定义域: 正切函数 $y = \tan x$ 的定义域是

$$\{x \mid x \in \mathbf{R}, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$$

(2) 值域: 由正切曲线可知, 函数 $y = \tan x$ 的值域为 \mathbf{R} , 没有最大值和最小值.

(3) 周期性: 每经过 π 个单位, 正切函数的图像就重复出现一次. 所以, 正切函数 $y = \tan x$ 是周期函数, 周期 $T = \pi$.

(4) 奇偶性: 因为正切函数 $y = \tan x$ 的图像关于原点对称, 所以正切函数 $y = \tan x$ 是奇函数.

(5) 单调性: 由正切曲线可以看出, 函数 $y = \tan x$ 在开区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 内是增函数.

(6) 与 x 轴的交点: 当 $x = k\pi (k \in \mathbf{Z})$ 时, $y = \tan x = 0$, 因此正切函数与 x 轴交点的横坐标是

$$x = k\pi (k \in \mathbf{Z})$$



想一想

你能写出正切函数所有的单调增区间吗?

例题解析

例1 比较 $\tan \frac{\pi}{5}$ 与 $\tan \frac{\pi}{7}$ 值的大小.

解 因为

$$-\frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{7} < \frac{\pi}{5} < \frac{\pi}{2}$$

而 $y = \tan x$ 在区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上是增函数, 所以

$$\tan \frac{\pi}{5} > \tan \frac{\pi}{7}$$

例2 求函数 $y = \tan(3x + \frac{\pi}{4})$ 的定义域.

解 因为 $y = \tan t$ 的定义域为

$$\{t \mid t \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$$

所以 $y = \tan(3x + \frac{\pi}{4})$ 的定义域为



$$\{x \mid 3x + \frac{\pi}{4} \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$$

即 $\{x \mid x \neq \frac{1}{3}k\pi + \frac{\pi}{12}, k \in \mathbf{Z}\}$

知识巩固 3

1. 利用正切函数的周期性和单调性比较 $\tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ 与 $\tan\frac{4\pi}{7}$ 值的大小.

2. 求函数 $y=2\tan\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$ 的定义域.